

## Вопросы к экзамену по курсу проф. В. Н. Малозёмова

### “МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ” (2011)

1. Пространство сигналов. Три базовые леммы.
2. Дискретное преобразование Фурье (ДПФ). Формула обращения.
3. Ортогональность экспоненциального базиса. Разложение единичного периодического импульса по экспоненциальному базису.
4. Обобщенное равенство Парсевала.
5. Свойства ДПФ. Два примера на вычисление ДПФ.
6. Теорема об отсчётах.
7. Циклическая свёртка. Теорема о свёртке.
8. Коммутативность и ассоциативность циклической свёртки.
9. Теорема об общей форме линейного стационарного преобразования сигналов.
10. Собственные функции и собственные значения линейного стационарного преобразования сигналов.
11. Циклическая корреляция. Теорема о корреляции.
12. Описание множества сигналов, сдвиги которых образуют ортонормированный базис.
13. Тригонометрические полиномы в форме Валле-Пуссена. Периодические кривые Безье.
14. Алгоритм Гёрцеля.
15. Дискретные функции Уолша и матрицы Адамара.
16. Ортогональность функций Уолша.
17. Мультипликативность базиса Уолша-Адамара.
18. Дискретное преобразование Уолша и его обращение.
19. Диадическая свёртка. Теорема о диадической свёртке.
20. Упорядочение функций Уолша по частоте. Базис Уолша- Пэли.
21. Определение дискретных функций Хаара.
22. Свойства функций Хаара, включая их ортогональность.
23. Быстрое преобразование Хаара и его обращение.
24. Быстрое преобразование Фурье малых порядков.
25. Первая рекуррентная последовательность базисов. Явное представление базисных сигналов.
26. Ортогональность промежуточных базисов.
27. Быстрое преобразование Фурье (алгоритм Кули-Тьюки). Быстрое восстановление сигнала по его ДПФ.
28. Вейвлетные базисы.
29. Вторая рекуррентная последовательность базисов. Явное представление базисных сигналов.
30. Ортогональность промежуточных базисов.
31. Быстрое преобразование Уолша. Быстрое восстановление сигнала по его дискретному преобразованию Уолша.

32. Дискретные периодические функции Бернулли, их свойства.
33. Разложение сигнала по сдвигам функции Бернулли.
34. Дискретный периодический В-сплайн, его разложение по экспоненциальному базису.
35. Вычисление значений В-сплайна в узлах специальной сетки.
36. Представление В-сплайна через сдвиги функции Бернулли.
37. Определение пространства дискретных периодических сплайнов, его размерность.
38. Лемма о принадлежности константы пространству сплайнов.
39. Эквивалентное определение сплайна в терминах разложения по сдвигам функции Бернулли.
40. Ключевое соотношение для дискретных периодических сплайнов.
41. Однозначная разрешимость задачи дискретной сплайн-интерполяции.
42. Явная формула для коэффициентов интерполяционного сплайна.
43. Экстремальное свойство интерполяционного сплайна.
44. Вычисление значений дискретного периодического сплайна на основном периоде.
45. Использование дискретных периодических сплайнов в геометрическом моделировании.
46. Построение ортогонального базиса в пространстве сплайнов.
47. Свойства ортогональных сплайнов.
48. Теорема о базисе в пространстве сплайнов, состоящем из сдвигов некоторого сплайна.
49. Теорема о двойственных сплайнах. Определение самодвойственного сплайна.
50. Решение задачи о дискретной сплайн-аппроксимации сигнала по методу наименьших квадратов с помощью В-сплайна и двойственного к нему сплайна.
51. Представление решения задачи о наименьших квадратах в виде линейной комбинации сдвигов В-сплайна.
52. Принцип неопределённости в дискретном гармоническом анализе.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Малоземов В. Н., Машарский С. М. *Основы дискретного гармонического анализа*. Части 1-3. СПб.: НИИМ, 2003. 288 с.
2. Блейхут Р. *Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов*. М.: Мир, 1989.
3. Залманзон Л. А. *Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях*. М.: Наука, 1989.
4. *Семинар по дискретному гармоническому анализу и геометрическому моделированию*. (Сайт семинара: <http://dha.spb.ru/>)