РЕШЕНИЕ ВЫРОЖДЕННОЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В СРЕДЕ PASCAL*

В. А. Даугавет

vadaug@yandex.ru

12 апреля 2011 г.

Требуется решить задачу линейного программирования, представленную в первой канонической форме

$$f(x) := c[N] \cdot x[N] \to \min_{x \in \Omega}, \tag{1}$$

где

$$\Omega = \{x[N] \mid A[M, N] \cdot x[N] = b[M], \quad x[N] \geqslant \mathbb{O}[N]\}.$$

Здесь $M = \{1, 2, \ldots, m\}$, $N = \{1, 2, \ldots, n\}$, матрица $A[M, N]$ — произвольная прямоугольная вещественная матрица, в частности, может быть $m > n$.

В докладе [1] описан алгоритм решения такой задачи. Алгоритм основан на модифицированном симплекс-методе с применением правила Блэнда, гарантирующего конечность алгоритма. В данной работе для численного решения задачи (1) представлена процедура **SimplBlend** на языке Turbo Pascal 7.0, использующая описанный в [1] алгоритм.

1°. Входными параметрами процедуры являются: числа m, n, матрица A, векторы b и c, смысл которых очевиден из (1).

О вводе числовых значений для параметров m, n будет сказано ниже.

Остальные числовые данные должны быть записаны в файле DAN.txt, из которого процедура их читает. Сначала записывается матрица $A[1 : m, 1 : n]$ по строкам, затем вектор $b[1 : m]$, а затем вектор $c[1 : n]$.

*Семинар по дискретному гармоническому анализу и геометрическому моделированию «DHA & CAGD»: `http://www.dha.spb.ru/`

Например, если

$$m = 2, \quad n = 3, \quad b = (-2, 0), \quad c[1:3] = (1, 1, -2),$$
$$A[1:2, 1:3] = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -1 \\ 7 & 0 & 4 \end{pmatrix},$$

то в DAN.txt должно быть записано:

$$\begin{array}{rrr} 3 & 6 & -1 \\ 7 & 0 & 4 \\ \\ -2 & 0 & \\ \\ 1 & 1 & -2 \end{array}$$

Для обращения к процедуре **SimplBlend** следует составить программу SIB. Входные параметры m, n, а также параметры, регулирующие точность вычислений в процедуре, задаются в разделе констант в программе SIB.

```
program SIB;

const m=5; n=8; {параметры задачи}
      e0=1e-8;    {сравнение с нулем}
      ed=1e-7;    {проверка на оптимальность}
      e1=1e-7;    {проверка на наличие планов}
      ITER=1000; {ограничение числа итераций}
procedure SimplBlend;
  {тело процедуры будет описано в приложении}

Begin
 SimplBlend;
End.
```

В результате работы процедуры в файл RESULT.txt заносится следующий текст.

а) Если задача решена, то выдаётся:

- число проделанных итераций,
- решение задачи $x[1:n]$,

- двойственный вектор $u[1:m]$,
- значение целевой функции $f(x)$.
- контрольная проверка результата.

б) Если число итераций превысило константу ITER, то выдаётся текст

```
Число итераций превысило ITER
```

Тогда следует либо увеличить константу ITER, либо увеличить константы, связанные с точностью вычислений.

в) Если Ω пусто, выдаётся текст

```
НЕТ ПЛАНОВ  f=...
```

Здесь f равна сумме искусственных переменных. Если f близка к константе $e1$, константу можно увеличить и повторить вычисления.

г) Если Ω не пусто, но задача не имеет решения, то выдаётся текст

```
НЕТ РЕШЕНИЯ
```

2°. ПРИМЕР. Пусть $m = 5$, $n = 8$. Исходные данные задачи:

$$A[1:5,1:8] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & -7 & -1 & 0 & 2 & 7 \\ 0 & 3 & 1 & 8 & 0 & -3 & -1 & -8 \\ 4 & 1 & -5 & 2 & -4 & -1 & 5 & -2 \\ 2 & -6 & 0 & 3 & -2 & 6 & 0 & -3 \end{pmatrix},$$

$$b[1:5] = (1,0,0,0,0),$$

$$c[1:8] = (2,1,-1,-2,-1,1,5,3).$$

Содержимое файла RESULT.txt после окончания работы программы:

```
В результате работы программы SIB
за 10 итераций получено решение:
 x[1]= 6.7015399077E-12
 x[2]= 1.4719453726E-12
 x[3]= 5.5008473409E-12
 x[4]= 4.9999999999E-01
 x[5]= 0.0000000000E+00
```

```
 x[6]= 0.0000000000E+00
 x[7]= 0.0000000000E+00
 x[8]= 4.9999999999E-01

Двойственный вектор:
 u[1]= 5.0000000001E-01
 u[2]= 1.2192982456E+00
 u[3]= 6.7543859648E-01
 u[4]=-5.2631578940E-02
 u[5]= 2.4561403508E-01

Значение целевой функции f= 5.0000000001E-01
Контроль:
 | Ax-b | = 3.6379788071E-12
 <u,b>-f= 0.0000000000E+00
 uA-c<= 2.0008883439E-11
```

ЛИТЕРАТУРА

1. И. В. Агафонова, В. А. Даугавет. *Вырожденность в задачах линейного программирования* // Семинар «DHA & CAGD». Избранные доклады. 11 декабря 2010 г. (http://dha.spb.ru/reps10.shtml#1211)